



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
P.O. Box 2701 Douala
Phone : (237) 697 542 240
Email: contact@enspd-udo.cm



Année académique 2022/2023
Examen d'Optimisation Linéaire (3h)
Session de Décembre 2022
Dr MPENYA AYAMENA Hans Tino

Exercice 1

Une expérience de laboratoire consiste à mélanger les réactifs X, Y et Z et à mesurer la réaction obtenue. Cette réaction est mesurée par la fonction $R = x^2 y^3 z$, avec x , y et z respectivement les quantités de X, Y et Z. Il est établi que la combinaison qui permet d'optimiser la réaction est celle qui utilise les réactifs dans les proportions (en gramme ou kilogramme) 1, 2 et 1 respectivement pour X, Y et Z. Pour réaliser l'expérience, vous disposez d'un contenant d'une capacité de 12 kg.

1. Choisissez x , y et z de façon à maximiser la réaction. (5pts)
2. On vous informe que ces réactifs coûtent respectivement 4, 2 et 3 unités monétaires respectivement pour X, Y et Z. Vous disposez d'un budget de 24 unités monétaires. Choisissez x , y et z de façon à maximiser la réaction. (5pts)

Exercice 2

Une entreprise industrielle produit trois biens (qualité moyenne (X1), qualité supérieur (X2) et qualité inférieure (X3)) à partir de deux inputs (travail (L) et capital (K)). La production d'une unité de X1, X2 et X3 nécessite respectivement 1, 2 et 2 unités de travail et 1, 1 et 1 unité de capital. L'entreprise peut utiliser au plus 30 unités de travail et 20 unités de capital. Le prix de vente des biens X1, X2 et X3 sont respectivement 10, 12 et 7 UM (unité monétaire). (NB : X1, X2 et X3 représente respectivement les quantités de produit de qualité moyenne, supérieur et inférieur).

1. Cette société est-elle confrontée à un problème de maximisation ou de minimisation ? (1pt)
2. Mettre ce problème sous forme canonique. Est-il soluble par la méthode graphique (justifier) ? (1+0,5=1,5pts)
3. Résoudre ce problème en utilisant la méthode adéquate (préciser la méthode). (3pts)
4. Formuler le dual de ce problème. (1,5pts)
5. A partir des solutions du primal, déduire les solutions du dual. (3pts)

Good luck

École Nationale Supérieure Polytechnique de Douala
Filière : SDIA
UE : Introduction à R

Année : 2022-2023
Niveau : 3
Durée : 1 heure

Tout le code de la PARTIE 1 sera écrit dans le fichier *Monscript.R* et celui de la PARTIE 2 dans la console.

TRAVAUX PRATIQUES N°1

PARTIE 1

1. Créez un fichier de script R et nommez-le *Monscript*.
2. Dans le fichier *Monscript.R*, importez le package *datasets*.
3. Affichez l'en-tête du dataset *eurodist* et ses données de statistique descriptive¹.
4. Représentez sur un graphe les données du dataset *eurodist*.
5. Affichez l'aide sur le dataset *iris*.
6. Représentez un histogramme pour chacune des quatre (04) variables *Sepal.Length*, *Sepal.Width*, *Petal.Length* et *Petal.Width*.
7. Créez sur votre bureau un fichier texte *data*. Dans le fichier *data.txt*, collez les données du fichier qui vous est fourni.
8. Importez² le fichier *data.txt* dans votre script *Monscript.R* et affichez-le.
9. Supprimez tous les packages et tous les graphiques.
10. Supprimez tous les éléments dans votre console.

PARTIE 2

1. Depuis votre console, exécutez à l'aide d'une seule commande le fichier *Monscript.R*.
2. Ecrivez de trois (03) façons différentes le vecteur *vect* ayant les éléments suivants : 0, 1; -11; 72; -0,3; 89 et -19.
3. Ecrivez le vecteur *comp*, constitué des éléments de *vect* et des nombres 16 et 21, respectivement.
4. Affichez le plus petit élément de *vect* et le plus grand élément de *comp*, ainsi que le nombre d'éléments de *comp*.
5. Affichez la moyenne des éléments de *vect*, ainsi que le maximum parallèle de ce vecteur.
6. Affichez les attributs intrinsèques de *vect*.
7. Affichez la racine carrée de -31, sachant qu'il s'agit d'un nombre complexe.

1. Vous pouvez vous servir de la fonction `summary()`.
2. Vous pouvez vous servir du package *rio* en écrivant au préalable les deux lignes de code suivantes : `if (!require("pacman")) install.packages("pacman")` et `pacman::p_load(pacman, rio)`.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
P.O. Box 2701 Douala
Phone : (237) 697 542 240
Email: contact@enspd-udo.cm



UE : Analyse des Données II

Second Semester Examination
Année Académique: 2022-2023

Level: Engineering science III Time: 2hrs30minutes
Enseignants : Pr NDOH MBUE Innocent

Instructions: This exam consists of two sections. Attempt ALL questions in either English or French , NOT both languages. All working MUST be shown.

Section I

2. 1. Étant donné les points de données : $A_1(7, 3)$, $A_2(4, 5)$, $A_3(2, 4)$, $A_4(0, 1)$, $A_5(9, 7)$, $A_6(6, 8)$ [5]

- a) Construire un clustering K-means avec $k = 2$
b) Construisez une matrice de distance pour les données données. [4]

En utilisant votre réponse en b), effectuez un clustering hiérarchique en utilisant:

- c) Lien unique (single link) [5]
d) Lien complet [5]
e) Lien moyen (Ajouter un dendrogramme dans chaque cas) [5]

2. Une étude a été menée pour étudier la relation entre les buveurs réguliers et le sexe (0=Homme/1=Femme). La taille de l'échantillon était de 294. Sur les 234 buveurs réguliers (répondus « Oui »), 139 étaient des femmes et sur les 60 buveurs non réguliers, 16 étaient des hommes.

- a) Construct a crosstab for this data [2]
b) What are the odds that a woman is a regular drinker? [2]
c) What are the odds that a man is a regular drinker? [2]
d) What is the odds ratio? That is, compared to a man, what is the relative odd (odds ratio) that a woman is a regular drinker? [3]
e) Fit a logistic regression model using these variables. Use DRINK as the dependent variable and SEX as independent variables. [2]
f) List 2 assumptions necessary to carry out a logistic regression analysis. [2]

Section II

[13]

1. You are given the following four pairs of observations:

$$X_1 = (-1, 0), X_2 = (1, 1), X_3 = (2, 1), \text{ and } X_4 = (5, 10).$$

A hierarchical clustering algorithm is used with complete linkage and Euclidean distance. Calculate the intercluster dissimilarity between $\{X_1, X_2\}$ and $\{X_4\}$.

- (A) 2.2 (B) 3.2 (C) 9.9 (D) 10.8 (E) 11.7.

2. Determine which of the following statements is/are true.

- I. The number of clusters must be pre-specified for both K-means and hierarchical clustering.
 - II. The K-means clustering algorithm is less sensitive to the presence of outliers than the hierarchical clustering algorithm.
 - III. The K-means clustering algorithm requires random assignments while the hierarchical clustering algorithm does not.
- i. I only
 - ii. II only
 - iii. III only
 - iv. I, II and II
 - v. The correct answer is not given by (A), (B), (C), or (D)

3. Consider the following statements:

- I. Principal Component Analysis (PCA) provides low-dimensional linear surfaces that are closest to the observations.
- II. The first principal component is the line in p-dimensional space that is closest to the observations.
- III. PCA finds a low dimension representation of a dataset that contains as much variation as possible.
- IV. PCA serves as a tool for data visualization.

Determine which of the statements are correct.

1. Statements I, II, and III only
2. Statements I, II, and IV only
3. Statements I, III, and IV only
4. Statements II, III, and IV only
5. Statements I, II, III, and IV are all correct

4. Consider the following statements:

- I. The proportion of variance explained by an additional principal component never decreases as more principal components are added.
- II. The cumulative proportion of variance explained never decreases as more principal components are added.
- III. Using all possible principal components provides the best understanding of the data.
- IV. A scree plot provides a method for determining the number of principal components to use.

Determine which of the statements are correct.

- (A) Statements I and II only
- (B) Statements I and III only
- (C) Statements I and IV only
- (D) Statements II and III only
- (E) Statements II and IV only

5. Determine which of the following pairs of distribution and link function is the most appropriate to model if a person is *hospitalized or not*.

- (A) Normal distribution, identity link function
- (B) Normal distribution, logit link function
- (C) Binomial distribution, linear link function

EXERCICE 1 (7pts)

Soit la fonction $F(x) = x^4 - 2x^3 + 1$, on se propose de trouver les racines réelles de F par la méthode des approximations successives, puis par la méthode de Newton.

1. a) Montrer F possède deux racines réelles, une évidente que l'on donnera, l'autre α que l'on localisera dans un intervalle I de longueur $1/2$.
b) Etudier la convergence, vers α des trois méthodes itératives suivantes :
 $x_0 \in I$ donné et ;

i) $x_{n+1} = x_n^4 - x_n^3 + x_n + 1,$

ii) $x_{n+1} = \frac{-1}{(x_n - 2)^{1/3}}$

iii) $x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n^3}$

- c) Si l'une de ces méthodes converge l'utiliser pour déterminer α à 10^{-2} près.
2. a) Ecrire la méthode de Newton pour F .
b) Vérifiez le théorème de convergence globale de cette méthode sur un intervalle que vous donnerez
c) Donner une valeur explicite de x_0 qui assure la convergence de la méthode de Newton vers α
d) Déterminer alors α à 10^{-2} près.

EXERCICE 2 (4pts)

On considère l'intégrale suivante : $I = \int_0^1 te^{-t} dt$

- a) Calculer la valeur exacte de I
- b) Déterminer une approximation de I par la méthode de trapèze, puis par la méthode de Simpson et conclure. On prendra $h = 0,1$.
- c) Déterminer le nombre de subdivision n permettant d'obtenir une valeur approchée de I par la méthode de Simpson à 10^{-8} .

EXERCICE 3 (4pts)

Soit $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

1. Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange $P(x)$ basé sur les points de f d'abscisses 0, 1 et 2.
2. Retrouver le résultat ci-dessus en utilisant l'interpolation de Newton
3. Comparer $P(1,5)$ à la valeur exacte $f(1,5)$
4. Déterminer une majoration de l'erreur théorique sur $[0, 2]$.

EXERCICE 4 (5pts)

Soit l'équation différentielle du second ordre à conditions initiales:

$$(E) \begin{cases} y''(t) = -2y'(t) + 3y(t), & t \in [0, 1] \\ y(0) = 1, & y'(0) = 2 \end{cases}$$

- 1) Trouver la solution exacte de ce problème
- 2) Ecrire (E) sous forme d'un système d'équation différentielle de premier ordre
- 3) Ecrire la méthode d'Euler pour résoudre ce problème, avec $h = 0,1$
- 4) Evaluer $y(0,2)$ et $y'(0,2)$ par la méthode d'Euler ci-dessus, puis les comparer aux valeurs en $t = 0,2$.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX - TRAVAIL - PATRIE
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE
SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DE DOUALA
B.P. 2701 DOUALA
TEL. (237) 697 542 240
SITE WEB : WWW.ENSPD-UDO.CM

REPUBLIC OF CAMEROON
PEACE - WORK - FATHERLAND
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
P.O.Box:2701 DOUALA
PHONE : (237) 697 542 240
EMAIL: CONTACT@ENSPD-UDO.CM



Année académique 2022-2023
EPD-SDIA-3141 : Réseaux de Neurones et Apprentissage
Crédit : 4
Département : Sciences de l'Ingénieur

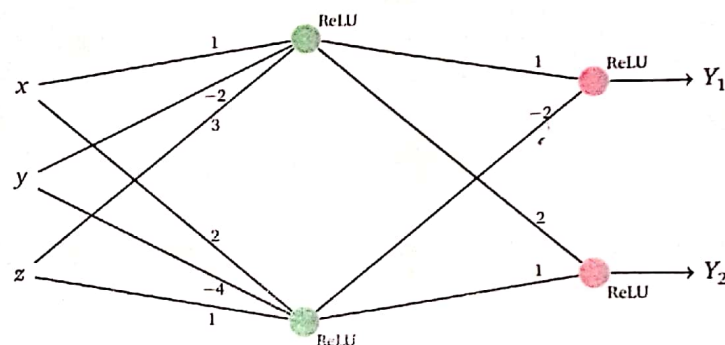
Examen, Juin 2023
Semestre 2
Niveau : 3 Durée : 2h00
Enseignant : P. Njionou Sadjang

Aucun document n'est autorisé et le barème est purement indicatif. Ce qui est affirmé sans preuve pourra être nié sans preuve.

EXERCICE 1

06 points

On considère le réseau de neurone ci-dessous



1. Calculer la valeur de sortie pour chacune des entrées suivantes :

[2pt]

$(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(1,-1,1)$, $(3,2,1)$.

2. Trouver (x,y,z) tel que Y_2 soit nul, mais pas Y_1 .

[2pts]

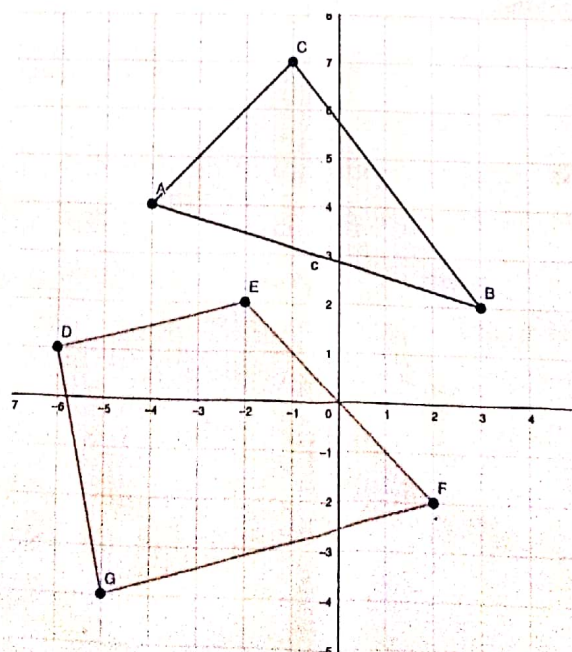
3. Trouver (x,y,z) tel que $Y_1 = 1$ et $Y_2 = 7$.

[2pts]

EXERCICE 2

04 points

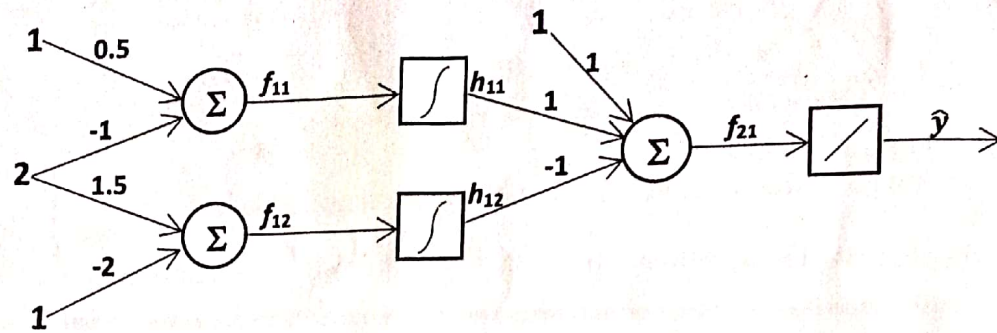
Ecrire un réseau de neurones qui réalise la figure ci-dessous :



3

EXERCICE 3

Soit le réseau de neurons multicouches décrit par le graphe suivant :



dans les carreaux on a les fonctions d'activation. Le symbole d'intégrale représente la sigmoïde alors que le symbole de la droite représente la fonction d'activation linéaire. On considère la donnée $(x, y) = (2, 1)$, c'est-à-dire 2 en entrée et 1 en sortie.

1. Calculer les sorties intermédiaires f_{11} , f_{12} , h_{11} , h_{12} , f_{21} ainsi que la sortie finale $\hat{y}$. [3 points]
2. On définit la fonction erreur par $E(w) = (y - \hat{y})^2$. Montrer que [2 point]

$$\frac{\partial E(w)}{\partial w_j} = -2(y - \hat{y}) \frac{\partial \hat{y}}{\partial w_j}.$$

3. Calculer les paramètres Δw_j et w_j pour $j = 1, \dots, 7$ après une itération de mise à jour en considérant le pas d'apprentissage $\alpha = 0.1$. [5 points]



Examen : processus stochastique
Enseignant : Kenmoe siyou Romuald

Durée : 2 heures

Exercice 1 : Le pont Brownien (7 points)

Soit B un mouvement Brownien. On considère le processus stochastique $(X_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$ défini pour tout $t \in [0, 1]$ par $X_t = B_t - tB_1$.

1. Montrer qu'il s'agit d'un processus Gaussien.
2. Calculer sa fonction espérance ainsi que sa fonction de covariance.
3. En quel temps t la variance de X_t est-elle maximale ?

Exercice 2 : Les Martingales 1 (6 points)

1. Soit ε_n une marche aléatoire asymétrique, c'est-à-dire

$$\varepsilon_n = \eta_1 + \dots + \eta_n$$

Où $\eta_1, \eta_2, \dots$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées telles que $P\{\eta_n = -1\} = \frac{1}{2}$ et $P\{\eta_n = 1\} = P\{\eta_n = -1\} = \frac{1}{2}$.

(une suite de lancer de dé par exemple). Montrer que $\varepsilon_n^2 - n$ est une martingale par rapport à la filtration

$$\mathcal{F}_n = \sigma(\eta_1, \dots, \eta_n)$$

Remarque : Ce processus stochastique s'appelle un Pont Brownien. Il s'agit d'un mouvement Brownien conditionné à revenir en 0 au temps 1.

On remarquera également que : $\varepsilon_{n+1}^2 = (\varepsilon_n + \eta_{n+1})^2 = \varepsilon_n^2 + 2\eta_{n+1}\varepsilon_n + \eta_{n+1}^2$

Exercice 3 : Les Martingales 2 (7 points)

Un joueur dispose initialement de la somme de $X_0 = 1$. Il joue à un jeu de hasard dans laquelle il mise à chaque tour une proportion α de son capital, avec $0 \leq \alpha < 1$. Il a une chance sur deux de gagner le double de la mise sinon il perd sa mise.

L'évolution du capital X_n en fonction du temps n est décrite par

$$X_{n+1} = (1 - \alpha)X_n + \alpha X_n \varepsilon_n, \quad n \geq 0$$

Où les ε_n sont i.i.d., avec $P\{\varepsilon_n = 2\} = P\{\varepsilon_n = 0\} = \frac{1}{2}$

1. Montrer que X_n est une martingale
2. Calculer $E(X_n)$
3. Calculer $E(X_n^2)$ par récurrence sur n
4. Que peut-on déduire sur la convergence dans L^2 de X_n

Because $\Sigma_n^2 - n = (M_1 + \dots + M_n)^2 - n$

is a function of $M_1, \dots, M_n$, it is measurable with respect to the σ -field F_n generated by $M_1, \dots, M_n$. $\Sigma_n^2 - n$ is adapted to F_n . Since

$$|\Sigma_n| = |M_1 + \dots + M_n| \leq |M_1| + \dots + |M_n| = n$$

it follows that

$$\begin{aligned} E(|\Sigma_n^2 - n|) &\leq E(\Sigma_n^2) + n \\ &\leq n^2 + n < \infty \end{aligned}$$

So $\Sigma_n^2 - n$ is integrable for each n . Because

$$\Sigma_{n+1}^2 = M_{n+1}^2 + 2M_{n+1}\Sigma_n + \Sigma_n^2$$

where Σ_n and Σ_n^2 are F_n -measurable and M_{n+1} is independent of F_n . We can use

$$\begin{aligned} E(\Sigma_{n+1}^2 | F_n) &= E(M_{n+1}^2 | F_n) + 2E(M_{n+1}\Sigma_n | F_n) \\ &\quad + E(\Sigma_n^2 | F_n) \end{aligned}$$

$$= E(M_{n+1}^2) + 2\Sigma_n E(M_{n+1}) + \Sigma_n^2$$

$$= 1 + \Sigma_n^2$$

$$\Rightarrow E(\Sigma_{n+1}^2 - n - 1 | F_n) = \Sigma_n^2 - n$$

So $\Sigma_n^2 - n$ est une martingale.

Année académique 2022/2023
Epreuve de Recherche Opérationnelle (3h)

Session de Mai 2023
 Dr MPENYA, Hans

Exercice 1

Vous devez vous rendre en voiture dans une autre ville que vous n'avez jamais visitée. Vous étudiez donc une carte pour déterminer l'itinéraire le plus court vers votre destination. Selon l'itinéraire que vous choisissez, il y a cinq autres villes (appelées A, B, C, D, E) que vous pouvez traverser en chemin. La carte indique le kilométrage de chaque route qui relie directement deux villes sans aucune ville intermédiaire. Ces chiffres sont résumés dans le tableau suivant, ou un tiret indique qu'il n'existe pas de route reliant directement les deux villes sans passer par d'autres villes.

Villes	Milles entre les villes adjacentes				
	A	B	C	D	E
Origine	Destination				
A	40	60	50	-	-
B	-	10	-	70	-
C	-	-	20	50	40
D	-	-	-	30	-
E	-	-	-	10	60

1. Formulez ce problème comme un problème du chemin le plus court en dessinant un réseau où les nœuds représentent les villes, les liens représentent les routes et les nombres indiquent la longueur de chaque lien en milles.
2. Reformulez ce problème de plus court chemin.

Exercice 2

La société Versatech a décidé de fabriquer trois nouveaux produits. Cinq sucursales ont maintenant une capacité de production excédentaire. Le coût unitaire de fabrication du premier produit serait de 41 \$, 39 \$, 42 \$, 38 \$ et 39 \$ dans les usines 1, 2, 3, 4 et 5, respectivement. Le coût de fabrication unitaire du deuxième produit serait de 55, 51, 56, 52 et 53 dollars dans les usines 1, 2, 3, 4 et 5, respectivement. Le coût unitaire de fabrication du troisième produit serait de 48, 45 et 50 dollars dans les usines 1, 2 et 3, respectivement, alors que les usines 4 et 5 n'ont pas la capacité de fabriquer ce produit. Les prévisions de ventes indiquent que 700, 1 000 et 900 unités des produits 1, 2 et 3, respectivement, devraient être produites par jour. Les usines 1, 2, 3, 4 et 5 ont la capacité de produire respectivement 400, 600, 400, 600 et 1 600 unités par jour, quel que soit le produit ou la combinaison de produits concernés. Supposons que toute usine ayant la possibilité et la capacité de les produire puisse produire n'importe quelle combinaison de produits dans n'importe quelle quantité.

La direction souhaite savoir comment répartir les nouveaux produits entre les usines afin de minimiser le coût total de fabrication.

- (1) Formulez un modèle de programmation linéaire pour ce problème.
- (2) Formulez ce problème comme un problème de transport en construisant le tableau de paramètres approprié.
- (3) Obtenir une solution optimale (préciser la méthode utilisée).

Exercice 3

Considérons la politique d'inventaire suivante pour le produit en question. Si la demande au cours d'une période excède le nombre d'articles disponibles, cette demande non satisfaite est mise en attente, c'est-à-dire qu'elle est satisfaite lors de la réception de la commande suivante. Soit Z_n ($n = 0, 1, \dots$) le moment des stocks disponibles moins le nombre d'unités en attente de commande à la fin de la période n ($Z_n = 0$). Si Z_n est nul ou positif, aucune commande n est en attente. Si Z_n est négatif, alors $-Z_n$ représente le nombre d'unités en souffrance et aucun stock n'est disponible. À la fin de la période n , si $Z_n < 1$, une commande est passée pour $2m$ unités, où m est le plus petit entier tel que $Z_n + 2m \geq 1$. Les commandes sont exécutées immédiatement. Soit $D_1, D_2, \dots$ la demande du produit pour les périodes 1, 2, $\dots$, respectivement. Supposons que les D_n sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées prenant les valeurs 0, 1, 2, 3, 4, chacune avec une probabilité de 1/5. Soit X_n la quantité de stock disponible après commande à la fin de la période n (où $X_0 = 2$), de sorte que

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1} - D_n + 2m & \text{si } X_{n-1} = D_n < 1 \\ X_{n-1} - D_n & \text{si } X_{n-1} = D_n \geq 1 \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

lorsque $\{X_n\}$ ($n = 0, 1, \dots$) est une chaîne de Markov. Elle n'a que deux états, 1 et 2, parce que le seul moment où la commande aura lieu est lorsque $Z_n = 0, -1, -2$ ou -3 , auquel cas 2, 2, 4 et 4 unités sont commandées, respectivement, ce qui laisse $X_n = 2, 1, 2, 1$, respectivement.

1. Construire la matrice de transition (en une étape).
2. Utilisez les équations de l'état stable pour résoudre manuellement les probabilités de l'état stable.
3. Déterminer les probabilités en régime permanent.
4. Supposons que le coût de commande soit donné par $(2 + 2m)$ si une commande est passée et zéro sinon. Le coût de détention par période est Z_n si $Z_n \geq 0$ et zéro sinon. Le coût de pénurie par période est $-4Z_n$ si $Z_n < 0$ et zéro sinon. Trouvez le coût moyen attendu (à long terme) par unité de temps.

Good luck



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX - TRAVAIL - PATRIE
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE
SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DE DOUALA

B.P. 2701 DOUALA
TEL. (237) 697 542 240
SITE WEB : WWW.ENSPD-UDO.CM

REPUBLIC OF CAMEROON
PEACE - WORK - FATHERLAND
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA

P.O.Box:2701 DOUALA
PHONE : (237) 697 542 240
EMAIL: CONTACT@ENSPD-UDO.CM



Année académique 2022-2023
EPD-SDIA-3222 : Optimisation Différentiable
Crédit : 4
Département : Sciences de l'Ingénieur

Examen, Juin 2023
Semestre 2
Niveau : 3 Durée : 2h00
Enseignant : P. Njionou Sadjang

Aucun document n'est autorisé et le barème est purement indicatif. Ce qui est affirmé sans preuve pourra être nié sans preuve.

EXERCICE 1

10 points

- Soit f une fonction convexe de classe C^1 sur $[a, b]$.
 - Ecrire l'équation de la droite passant par les points de coordonnées $(a, f(a))$, $(b, f(b))$. [1pt]
 - Montrer que $\forall t \in]a, b[, f(t) \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(t - a) + f(a)$. [1pt]
 - Montrer que $\forall t \in \mathbb{R}, f(t) \geq f'\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(t - \frac{a+b}{2}\right) + f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. [1pt]
 - Montrer que $(b - a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \int_a^b f(t)dt \leq (b - a)\frac{f(a) + f(b)}{2}$. [2pts]
- Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^2 telle que $f(a) = f(b) = 0$. On note $M = \sup_{t \in [a, b]} |f''(t)|$ et $g(x) = f(x) - M\frac{(x-a)(b-x)}{2}$, $h(x) = f(x) + M\frac{(x-a)(b-x)}{2}$.
 - Justifier l'existence de M . [1pt]
 - Montrer que g est convexe et que h est concave. [2pts]
 - En déduire que, pour tout $x \in [a, b]$, on a : [2pts]

$$|f(x)| \leq M\frac{(x-a)(b-x)}{2}.$$

EXERCICE 2

10 points

- On pose $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 1$ et $g(x, y) = x^2 + y^2 + 4xy - 2$.
 - Déterminer les points critiques de f et de g . [2pts]
 - En reconnaissant le début de développement d'un carré, étudier les extremums locaux de f . [1,5pt]
 - En étudiant les valeurs de g sur deux droites vectorielles bien choisies, étudier les extrema locaux de g . [1,5pt]
- Trouver les extremums de la fonction $f(x, y, z) = (x - 2)^2 + y^2 + z^2$ soumise à la contrainte $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$. [3pts]
- Trouver le(s) extremums de la fonction $f(x, y) = (x - 1)^2 + y - 2$ soumise aux contraintes $-x + y - 1 = 0$ et $x + y - 4 \leq 0$. [3pts]



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 642 240
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
P.O.Box:2701 Douala
Phone : (237) 697 642 240
Email: contact@enspd-udo.cm



Examen session Normale 2022/2023

Cursus : Sciences de L'ingénieur

Spécialité : SDIA

Niveau 3

EC : INTRODUCTION AU MACHINE LEARNING

Exercice 1 : (10pts)

1. En quoi consiste le Machine Learning
2. Quelles sont les différents modes d'apprentissage en Machine Learning
3. Comment procède-t-on pour évaluer les performances d'un algorithme en Machine Learning.
4. En Quoi l'apprentissage supervisé est-il différent de l'apprentissage non supervisé
5. Citer cinq algorithmes d'apprentissage supervisé et 03 algorithmes d'apprentissage non supervisé

Exercice 2 : Application de l'algorithme du kppv (10pts)

Pour la base de données que vous chargerez suivant les codes ci-dessous dans l'environnement MATLAB,

```
load fisheriris  
x = meas(:,3:4);  
gscatter(x(:,1),x(:,2),species)  
legend('Location','best')
```

1. Placez le nouveau point **newpoint = [5 1.55]** sur la base des deux dernières colonnes des données de l'iris de Fisher. Utiliser uniquement les deux dernières colonnes facilite le tracé.
2. Préparez un *modèle de recherche de voisin d'arbre K*.
3. Trouvez les 10 points d'échantillonnage les plus proches du nouveau point.
4. Rendre les axes égaux pour que les distances calculées correspondent aux distances apparentes sur l'axe du tracé et zoomez pour mieux voir les voisins.
5. Trouver à quoi correspondent les 10 points (types)
6. vous pouvez Identifier visuellement les voisins en dessinant un cercle autour de leur groupe. Définissez le centre et le diamètre d'un cercle, en fonction de l'emplacement du nouveau point.
7. Reproduire les codes de chaque section et dans un fichier word, faire le rapport de l'exécution après les codes de chaque section, enregistrer votre travail dans une clé USB Anonyme que vous collerez dans votre cahier de composition.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX - TRAVAIL - PATRIE
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE
SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DE DOUALA

B.P. 2701 DOUALA
TÉL. (237) 697 542 240
SITE WEB : WWW.ENSPD-UDO.CM

REPUBLIC OF CAMEROON
PEACE - WORK - FATHERLAND
THE UNIVERSITY OF DOUALA

NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA

P.O.Box:2701 DOUALA
PHONE : (237) 697 542 240
EMAIL: CONTACT@ENSPD-UDO.CM



Année académique 2022-2023
EPD-SDIA-3151 : Introduction à Python
Crédit : 4
Département : Sciences de l'Ingénieur

Examen, Février 2023
Semestre 1
Niveau : 3 Durée : 2h00
Enseignant : P. Njionou Sadjang

Aucun document n'est autorisé et le barème est purement indicatif. Ce qui est affirmé sans preuve pourra être nié sans preuve.

EXERCICE 1

11 points

1. Etant donné un entier u , on considère la suite de Syracuse $(U_n)_{n \geq 0}$ définie par son terme initial $U_0 = u$ et la relation de récurrence ($n \geq 1$) :

$$U_n = \begin{cases} \frac{U_{n-1}}{2} & \text{si } U_{n-1} \text{ est pair} \\ 3U_{n-1} + 1 & \text{si } U_{n-1} \text{ est impair} \end{cases}$$

On suppose que u est positif. On conjecture qu'il existe un entier naturel N tel que $U_N = 1$ (de sorte que $U_{N+1} = 4, U_{N+2} = 2, U_{N+3} = 1$, etc.).

L'orbite de u est la liste $\mathcal{O}(u) = [U_0, U_1, \dots, U_N]$ où N est le plus petit entier tel que $U_N = 1$.

Ecrire une fonction permettant de calculer une orbite $\mathcal{O}(u)$. Que vaut $\mathcal{O}(81)$? [4pts]

2. Le nombre 3797 possède une propriété intéressante. Il est premier et il est reste premier quand on élimine un par un de gauche à droite les chiffres qui le compose : 3797, 797, 97 et 7 sont tous premiers. Idem en éliminant les chiffres de droite à gauche : 3797, 379, 37, et 3 sont aussi tous premiers.

Trouver la somme des onze nombres premiers qui sont à la fois tronquables de gauche à droite et de droite à gauche. [3pts]

Remarque : 2, 3, 5 et 7 ne sont pas considérés comme des nombres premiers tronquables.

3. La suite diatomique de Stern est le résultat des petites équations suivantes :

$$\begin{cases} s_0 &= 0 \\ s_1 &= 1 \\ s_{2n} &= s_n \\ s_{2n+1} &= s_n + s_{n+1} \end{cases}$$

Que vaut $s_{10000001}$?

EXERCICE 2

[4pts]

04 points

Un des problèmes classiques en mathématiques appliquées est celui de la recherche des valeurs pour lesquelles une fonction donnée s'annule. Dans certains cas bien particuliers, comme pour les fonctions $x \mapsto x + 1$, $x \mapsto \cos(2x)$ ou encore $x \mapsto x^2 - 2x + 1$, le problème est simple car il existe pour ces fonctions des formules qui donnent les zéros explicitement. Toutefois, pour la plupart des fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ il n'est pas possible de résoudre l'équation $f(x) = 0$ explicitement et il faut recourir à des méthodes numériques. Ainsi par exemple une brève étude de la fonction $f(x) = \cos(x) \cdot x$ montre qu'elle possède un zéro à proximité de 0.7 mais ce zéro ne s'exprime pas au moyen de fonctions usuelles et pour en obtenir une valeur approchée il faut recourir à des méthodes numériques. Plusieurs méthodes existent et elles diffèrent par leur vitesse de convergence et par leur robustesse. Parmi ces méthodes, on distingue par exemple la méthode du Newton :

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}$. On suppose que f' ne s'annule pas. On appelle suite de Newton définie par f à partir d'un élément $x_0 \in \mathbb{R}$ fixé la suite donnée par la relation de récurrence

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

1. Etant donnée une fonction f vérifiant les hypothèses ci-dessus, écrire une fonction $\text{NewtonZ}(f, x_0, n)$ où f est la fonction, x_0 est un point initial et n est le nombre d'itérations.
2. Définir la suite de Newton pour la fonction $f(x) = x^2 - 2$. En prenant $x_0 = 1$, vers quel point va converger cette suite? Calculer alors x_{100} et comparer le résultat avec celui de la fonction interne de Python.

05 points

EXERCICE 3

Certaines intégrales sont très difficiles à calculer parce que l'on est pas capable de trouver la primitive des fonctions qui interviennent dans ces intégrales. Par exemple, il n'est pas facile de trouver les valeurs exactes des intégrales

$$I_1 = \int_0^\pi \cos(1 + e^{x^2}) dx, \quad I_2 = \int_0^1 \frac{\sin(1 + x^2)}{e^{x^2} + 2 \cos(x) + \tan^2(x)} dx.$$

Dans ces cas précis, on procède à une intégration numérique.

Parmi les méthodes d'intégration numérique, on rencontre la **méthode de Simpson**.

La **méthode de Simpson** est une méthode qui consiste en l'approximation suivante :

$$\int_a^b f(t) dt \approx \frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right). \quad (1)$$

Cette formule est exacte pour tous les polynômes de degré inférieur ou égal à 3 : on dit que la méthode de Simpson est d'ordre 3.

En général, pour appliquer cette méthode d'intégration, on découpe l'intervalle $[a, b]$ en n intervalles de longueur $(b-a)/n$, et on applique la formule précédente sur chacun des sous-intervalles.

On a alors, en posant $h = \frac{b-a}{n}$:

$$\int_a^b f(t) dt \simeq \frac{h}{6} \sum_{k=0}^{n-1} (f(a + kh) + 4f(a + (k + 1/2)h) + f(a + (k + 1)h)). \quad (2)$$

On parle alors de **Simpson composite**.

1. Implémenter une fonction Simpson qui prend en entrée une fonction f , deux réels a et b tels que $a < b$ ($\text{Simpson}(f, a, b)$) qui implémente la formule (1).
2. Ecrire une fonction $\text{SimpsonComposite}(f, a, b, n)$ qui implémente l'équation (2).
3. Utiliser $\text{SimpsonComposite}(f, a, b, n)$ pour trouver une valeur approchée de I_1 et I_2 pour $n = 10$.

On a : $I_1 = -0,654923158569657...$ et $I_2 = .259271260642751...$

EXERCICE 1 (8pts)

On cherche les racines réelles de l'équation $x^2 = \ln(1+x)$.

1. Montrer que la fonction $F(x) = x^2 - \ln(1+x)$ admet deux racines, l'une évidente qu'on donnera, et l'autre que l'on note α (que l'on veut approcher dans la suite). ✓
2. Vérifier que $\alpha \in [0,5; 0,75]$. ✓
3. Ecrire la méthode de Newton relative à F . Donner un choix de la condition initiale des itérations de Newton x_0 qui assure la convergence du processus.
4. Soient les méthodes d'approximations successives suivantes : ✗
 - (a) $x_{n+1} = \sqrt{\ln(1+x_n)}$ et
 - (b) $x_{n+1} = e^{x_n^2} - 1$Préciser si elles convergent ou diverge. En cas de convergence, indiquer un choix de la condition initiale x_0 .

5. Déterminer α à 10^{-3} près. ✓

EXERCICE 2 (4pts)

On considère l'intégrale suivante : $I = \int_0^1 te^{-t} dt$

- a) Calculer la valeur exacte de I . ✓
- b) Déterminer une approximation de I par la méthode de trapèze, puis par la méthode de Simpson et conclure. On prendra $h = 0,1$. ✗
- c) Déterminer le nombre de subdivision n permettant d'obtenir une valeur approchée de I par la méthode de Simpson à 10^{-8} . ✗

EXERCICE 3 (8pts)

Soit $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

1. Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange $P(x)$ basé sur les points de f d'abscisses 0, 1 et 2.
2. Retrouver le résultat ci-dessus en utilisant l'interpolation de Newton
3. Comparer $P(1,5)$ à la valeur exacte $f(1,5)$
4. Déterminer une majoration de l'erreur théorique sur $[0, 2]$.
5. Déterminer le polynôme d'interpolation par les splines quadratiques basé sur les points de f d'abscisses 0, 1, 2 et 3



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA



EXAMEN DE FIN DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE : EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES
Filières : Science de l'ingénieur Niveau : 3 Durée : 2H00
Année académique 2022-2023
Enseignant : M. Kenmogne Noumo

Aucun document n'est autorisé et le barème est à titre indicatif. Bien vouloir donner le maximum de détails possible.

EXERCICE 1/ 7 points

1. On suppose que la masse volumique u d'un fluide dans un tube ne dépend que de l'abscisse x dans le tube et du temps t et est régie par les équations

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + v \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) + \beta u(x, t) = 0 \\ u(x, 0) = f(x) \end{cases}$$

ou la vitesse $v, \beta > 0$ sont des constantes fixées et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue donnée. En utilisant le changement de variable

$$\xi = x - vt \quad \text{et} \quad \eta = x + vt$$

Résoudre l'équation (1).

4pts

2. En utilisant les coordonnées polaires, déterminer la solution générale de l'E.D.P

3pts

$$x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) + y \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = xy \quad (2)$$

EXERCICE 2 / 7 points

utilisant la méthode de séparation des variables, résoudre le problème

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) + u(x, t) = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x - x^2, & \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & & t \geq 0 \end{cases}$$

EXERCICE 3/ 6 points

On considère l'E.D.P du second ordre de fonction inconnue u de classe C^2 :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) - 6 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 2x + y \quad (4)$$

1. L'équation (4) est-elle elliptique ? parabolique ? hyperbolique ?

2. Déterminer les courbes caractéristiques de (4).

3. Réduire (4) à sa forme canonique, puis déterminer la forme générale de ses solutions.

1pt

2pts

3pts



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA



RATTRAPAGE DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE : EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES
Filières : Science de l'ingénieur Niveau : 3 Durée : 2H00
Année académique 2022-2023
Enseignant : M. Kenmogne Noumo

Aucun document n'est autorisé et le barème est à titre indicatif. Bien vouloir donner le maximum de détails possible.

EXERCICE 1/ 4,5points

On suppose que la masse volumique u d'un fluide dans un tube de longueur L ne dépend que de l'abscisse x dans le tube et du temps t et est régie par les équations

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + v \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) + u(x, t) = 0; & 0 < x < L, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = f(x); & 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

ou la vitesse $v > 0$ est une constante fixée et f une fonction continue donnée.

1. Soit $0 \leq x_0 \leq L$ et $t_0 \geq 0$. Déterminer la caractéristique passant par x_0 au temps t_0 .
2. Démontrer que u satisfait l'équation suivante le long d'une caractéristique

$$\frac{d}{ds} u(x(s), t(s)) = -u(x(s), t(s))$$

3. Déterminer la solution $u(x; t)$ de l'équation pour tous $(x; t) \in [0; L] \times [0; +\infty[$.

1,5pt
1pt

2pts

EXERCICE 2/ 7,5points

On considère l'équation des ondes en dimension 1+1

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

1. De quel type d'E.D.P s'agit-il ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les courbes caractéristiques de cette équation.
3. En utilisant le changement de variables

$$\xi = x - ct \quad \text{et} \quad \eta = x + ct$$

Résoudre l'équation ci-dessus.

4. On soumet l'équation ci-dessus aux conditions

$$u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad \forall x \geq 0 \quad \text{et} \quad u(0, t) = 0, \quad \forall x \geq 0.$$

- a) Quelle est la nature des conditions ci-dessus ?
- b) Déterminer la solution de l'équation sur $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ vérifiant les conditions ci-dessus.

1pt
1,5pt

2,5pts

1pt
1,5pt

EXERCICE 3/ 5 points

On considère l'E.D.P du second ordre de fonction inconnue u de classe C^2 :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) - 6 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = x - y \quad (4)$$

1. Déterminer les courbes caractéristiques de (4).
2. Réduire (4) à sa forme canonique, puis déterminer la forme générale de ses solutions.

2pts
3pts

EXERCICE 4/ 3 points

Déterminer les solutions de l'équation de la chaleur sous la forme $u(t, x) = v(t)w(x)$.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
CABINET DU DIRECTEUR
B.P. 2701 Douala
Tel: (237) 697 642 240
Site web: www.univ-douala.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
DIRECTOR OFFICE
P.O. Box: 2701 Douala
Phone: (237) 697 642 240
Email: contact@enspd.univ-douala.cm



Année académique 2022/2023

DEPARTEMENT DE TCO

Enseignant: Dr KIKMO

Cursus Sciences de l'Ingénieur 3: 1A

Examen de théorie des graphes

Crédit: ; Durée: 2h00; Effectifs: 28

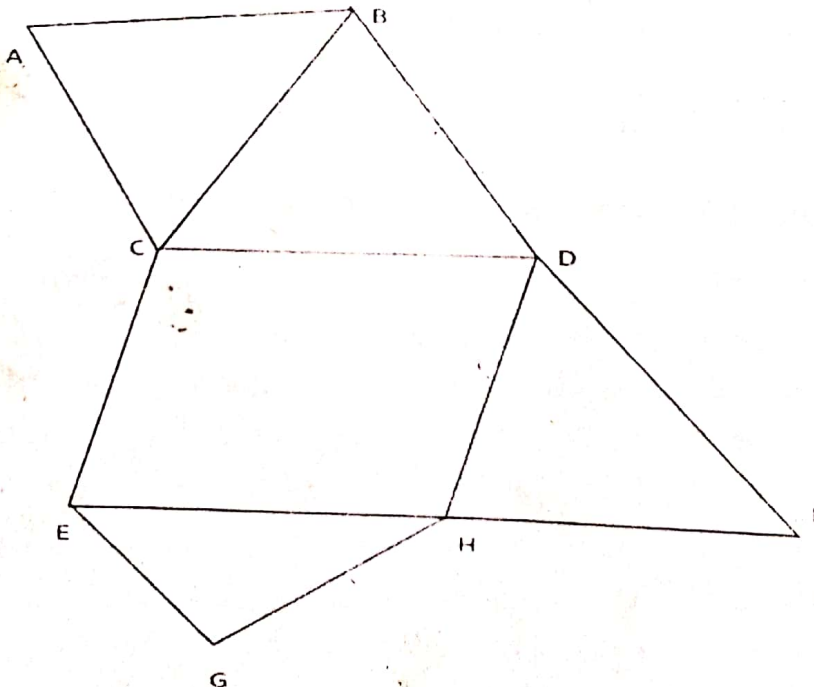
Documents non autorisés

Exercice 1

Soit le graphe $G(X, U)$ représenté ci-contre:

1. Quel est l'ordre de ce graphe?
2. Combien a-t-il d'arête?
3. Quel est le degré de chaque sommet?
4. Quels sont les sommets adjacents à C?
5. Le graphe est-il complet? justifier votre réponse.
6. Combien d'arêtes faut-il ajouter au graphe pour le rendre complet?
7. Extraire une chaîne et un cycle de ce graphe.

8. Déterminer la matrice d'adjacence M de ce graphe, puis expliciter M^2 sans calcul.



Exercice 2

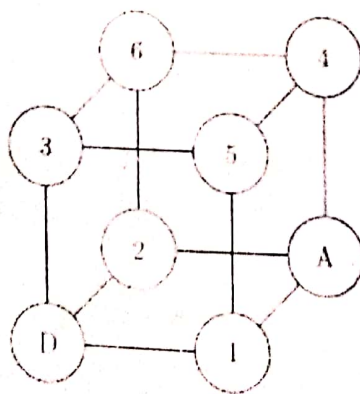
Le tableau ci-dessous résume les données du projet (les différentes étapes d'une étude préparatoire) de construction d'un bâtiment public à l'ENSPD ainsi que les contraintes d'antériorités qui les lient.

Taches	Nom de la tache	Durée en mois	Taches antérieures
A	Maçonnerie	7	-
B	Charpente	3	A
C	Toiture	1	B
D	Installation sanitaire et électricité	8	A
E	Façade	2	D, C
F	Fenêtres	1	D, C
G	Jardin	1	D, C
H	Plafonnage	2	F
J	Peinture	2	H
K	Emménagement	1	E G J

1. Définir: graphe orienté $G(X, U)$.
2. Modéliser ce projet par un graphe.
3. Déterminer la durée minimale du projet.

Exercice 3

Une araignée se déplace sur les arêtes d'un cube en fil de fer depuis le sommet D (départ) jusqu'au sommet A (arrivée). Sur chacun des autres sommets, on a indiqué le nombre d'insectes qui y sont piégés. Si l'araignée ne repasse jamais deux fois par un même sommet, combien d'insectes peut-elle manger, au maximum, en allant de D à A?



« Gardons sain et propre notre environnement! Et protégeons-le en adoptant une nouvelle attitude »

12 Copies



REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail – Patrie

UNIVERSITE DE DOUALA

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA

B.P. 2701 Douala

Tél. (237) 697 542 240

Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON

Peace – Work – Fatherland

THE UNIVERSITY OF DOUALA

NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA

P.O.Box: 2701 Douala

Phone : (237) 697 542 240

Email: contact@enspd-udo.cm



Examen de la session Normale

EC : Introduction à l'Intelligence Artificielle

Durée : 1H 30

1. Définir clairement Intelligence Artificielle
2. Quelles sont les différentes façons de formaliser la connaissance en Intelligence Artificielle
3. Comment se présente un tableau de données
4. Discuter l'approche cognitive et connexionniste de formalisation de la connaissance
5. En quoi consiste le test de Turing
6. Quelles sont les domaines d'application de l'intelligence Artificielle

RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS NON LINEAIRES DANS $\mathbb{R}$

Exercice I

On cherche les racines réelles de l'équation $x^2 = \ln(1+x)$.

1. Montrer que la fonction $F(x) = x^2 - \ln(1+x)$ admet deux racines, l'une évidente qu'on donnera, et l'autre que l'on note $\bar{x}$ (que l'on veut approcher dans la suite).
2. Localiser $\bar{x}$ dans un intervalle de longueur $1/4$.
3. Ecrire la méthode de Newton relative à F . Donner un choix de la condition initiale des itérations de Newton x_0 qui assure la convergence du processus.
4. Soient les méthodes d'approximations successives suivantes :
(a) $x_{n+1} = \sqrt{\ln(1+x_n)}$ et (b) $x_{n+1} = e^{x_n^2} - 1$
Préciser si elles convergent ou divergent. En cas de convergence indiquer un choix de la condition initiale x_0 .

Exercice II

Soit la fonction $F(x) = 2x^3 - x - 2$, on se propose de trouver les racines réelles de F par la méthode des approximations successives.

Montrer que F possède une seule racine réelle $\bar{x} \in [1; 2]$.

Etudier la convergence des trois méthodes itératives suivantes : $x_0 \in [1; 2]$ donné et

(a) $x_{n+1} = 2x_n^3 - 2;$

(b) $x_{n+1} = \frac{2}{2x_n^3 - 1};$

(c) $x_{n+1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x_n}{2}}.$

Si l'une de ces méthodes converge l'utiliser pour déterminer $\bar{x}$ à 10^{-3} près.

Exercice III

Soit la fonction $F(x) = x^4 - 2x^3 + 1$, on se propose de trouver les racines réelles de F par la méthode des approximations successives (méthode du point fixe que l'on appliquera correctement), puis par la méthode de Newton.

1. (a) Montrer que F possède deux racines réelles, une évidente que l'on donnera, l'autre $\bar{x}$ que l'on localisera dans un intervalle I de longueur $1/2$.

(b) Etudier la convergence, vers $\bar{x}$, des trois méthodes itératives suivantes : $x_0 \in I$ donné et :

(i) $x_{n+1} = x_n^4 - 2x_n^3 + x_n + 1,$

(ii) $x_{n+1} = \frac{-1}{(x_n - 2)^{1/3}},$

(iii) $x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n^3}.$

(c) Si l'une de ces méthodes converge l'utiliser pour déterminer $\bar{x}$ à 10^{-2} près.

Exercice IV

Parmi les fonctions suivantes lesquelles sont contractantes et sur quel intervalle si celui-ci n'est pas indiqué :

- (a) $g(x) = 5 - \frac{1}{4} \cos 3x, 0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$;
- (b) $g(x) = 2 + \frac{1}{2}|x|, -1 \leq x \leq 1$;
- (c) $g(x) = 3 - \frac{1}{2} \sin 3x$
- (d) $g(x) = \sqrt{x+2}$.

Exercice V

On applique la méthode de Newton au calcul de la racine carrée d'un réel positif α .

Montrer que les itérations $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{\alpha}{x_n})$ $n = 0, 1, 2, \dots$ permettent d'aboutir.

On pose $e_n = \frac{x_n - \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}}$, $n = 0, 1, \dots$. Montrer que $e_{n+1} = \frac{e_n^2}{2(1+e_n)}$, $n = 0, 1, \dots$.

On applique la méthode de Regula-Falsi au même problème. expliciter les itérations obtenues.

Donner l'expression de e_{n+1} en fonction de e_n et e_{n-1} . En déduire que l'ordre p de Regula-Falsi vérifie $1 < p < 2$.

Exercice VI

Déterminer en utilisant simultanément les méthode de Newton et de Lagrange la racine $\bar{x}$ située dans $[0,1]$, avec une erreur $\leq 10^{-5}$ de $x - e^{-2x} = 0$, $2x - e^{-3x} = 0$, puis de $x^3 - 4x + 2 = 0$.

Retrouver ces racines grâce à la méthode des approximations successives.

Soit F la fonction définie par $F(x) = \cos x - xe^x = 0$, $0 \leq x \leq \pi/2$.

1. Montrer que l'équation $F(x) = 0$ admet une unique racine x dans l'intervalle $[0, \pi/2]$.
2. Soit la méthode itérative suivante :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \cos(x_n)e^{-x_n} = g(x_n) \\ x_0 \text{ choisi} \end{cases}$$

- (a) Montrer qu'en choisissant un intervalle $[a, b] \subset [0, \pi/2]$, cette méthode peut converger vers x .
 - (b) Montrer que $|x_n - x| \leq k^n |x_0 - x|$, on explicitera k .
 - (c) Montrer que $x \in [0, 15; 6]$. Déterminer k dans ce cas.
 - (d) Donner le nombre d'itérations N assurant l'inégalité : $|x_N - x| < 10^{-4}$
3. Ecrire la méthode de Newton pour F . Donner une valeur explicite de x_0 qui assure la convergence de la méthode de Newton vers x .

Exercice VII

On considère l'équation

$$(\mathcal{E}) \quad x(1 + e^x) = e^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}.$$

1. (2 points) Montrer que cette équation admet une unique solution réelle l dans $[0, 1]$.
2. (3 points) On pose f_1 la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$f_1(x) = x(1 + e^x) - e^x.$$

- (a) (3 points) Écrire la méthode de Newton-Raphson pour approcher la solution l en se servant de la fonction f_1 précédente. Est-ce que la suite construite par cette méthode est toujours définie? Justifier la réponse.
 - (b) **Bonus : (+2 points)** Justifier le fait que la suite construite à partir de cette méthode converge et donner l'ordre de convergence de l'erreur.
 - (c) **Bonus : (+1 point)** Donner une interprétation graphique de cette méthode.
3. (4 points) On considère maintenant la fonction f_2 définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$f_2(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}.$$

On considère également la suite définie par :

$$x_0 \in [0, 1], \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}^* \text{ par } x_{n+1} = f_2(x_n).$$

- (a) (1.5 point) Montrer que l'intervalle $[0, 1]$ est stable par f_2 .
- (b) (1.5 point) Montrer que f_2 est strictement contractante dans cet intervalle.
- (c) (1 point) En déduire que la suite converge vers la solution de l'équation $(\mathcal{E})$ dans $[0, 1]$.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
P.O. Box : 2701 Douala
Phone : (237) 697 542 240
Email: contact@enspd-udo.cm



Contrôle Continu sur le cours « INTRODISTION A L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE »

Durée : 2h

1. Comment pouvez-vous définir au vue de ce qui a été vu en cours le terme INTELLIGENCE ARTIFICIELLE
2. Présenter sommairement la vision de la formalisation e l'intelligence selon :
 - a. Le cognitivisme ;
 - b. Le connexionnisme.
3. Quelles sont les orientations de l'intelligence artificielle pour :
 - c. L'industrie ;
 - d. La recherche
4. Comment procède -t-on selon vous pour mettre en place un système à base de connaissance.
5. Présenter sommairement les différents modes de représentation de la connaissance.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA



Département des Sciences de l'Ingénieur
Session d'examen : FEV 2023 (SESSION NORMALE)
Code EC/ Nom : Analyse numérique
Durée : 2 H
Par Dr Kinfack Jeutsa A.

EXERCICE 1 (8pts)

On cherche les racines réelles de l'équation $x^2 = \ln(1+x)$.

1. Montrer que la fonction $F(x) = x^2 - \ln(1+x)$ admet deux racines, l'une évidente qu'on donnera, et l'autre que l'on note $\bar{x}$ (que l'on veut approcher dans la suite).
2. Localiser $\bar{x}$ dans un intervalle de longueur $1/4$.
3. Ecrire la méthode de Newton relative à F . Donner un choix de la condition initiale des itérations de Newton x_0 qui assure la convergence du processus.
4. Soient les méthodes d'approximations successives suivantes :
(a) $x_{n+1} = \sqrt{\ln(1+x_n)}$ et (b) $x_{n+1} = e^{x_n^2} - 1$
Préciser si elles convergent ou divergent. En cas de convergence indiquer un choix de la condition initiale x_0 .

EXERCICE 2 (4pts)

Avec quelle précision peut-on calculer $\sqrt{115}$ à l'aide de l'interpolation de Lagrange, si on prend les points : $x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144$.

EXERCICE 3 (4pts)

Soit $F(x) = \int_0^x te^{-t} dt$. Combien faut-il de subdivisions de $[0,1]$ pour évaluer $F(1)$ à 10^{-8} près en utilisant

1. la méthode des trapèzes
2. la méthode de Simpson

EXERCICE 4 (4pts)

Soit l'équation différentielle du second ordre à conditions initiales :

$$(1) : \begin{cases} y''(t) + 2y'(t) = 2y(t), & t \in [a, b] \\ y(a) = 1 \quad \text{et} \quad y'(a) = 2 \end{cases}$$

1. Ecrire cette équation différentielle sous la forme d'un système différentiel de deux équations différentielles d'ordre un.
2. Appliquer la méthode de RK2 à ce système.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
CABINET DU DIRECTEUR
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enepd-ude.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
DIRECTOR OFFICE
P.O. Box: 2701 Douala
Phone : (237) 697 542 240
Email: contact@enepd-ude.cm



DEPARTEMENT DE TCO
Enseignant: Dr KIKMO
Cursus SI-IA

Examen de probabilité et statistique
Crédit: 4; Durée: 2h00; Effectifs: 28
Documents non autorisés

Exercice 1

- 1- Définir les expressions: Echantillon, biais, risque quadratique, EMV, test d'hypothèse, erreur de premier espèce.
- 2- Expliquer comment sont utilisés les tests d'hypothèses dans les domaines suivants: Biologie médicale, gestion de production, justice, informatique, économie.

Exercice 2

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $x_1, \dots, x_n$ n observations d'un caractère pouvant être modélisé par une var X suivant la loi de Poisson $p(\lambda)$ avec $\lambda > 0$:

$$p(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Le paramètre λ est inconnu. Soit $(x_1, \dots, x_n)$ un n -échantillon de X .

- 1- Déterminer la fonction de vraisemblance pour $(x_1, \dots, x_n)$.
- 2- Déterminer la fonction de log-vraisemblance pour $(x_1, \dots, x_n)$.
- 3- Déterminer un emv $\hat{\lambda}$ de λ .
- 4- Calculer $E(\hat{\lambda})$, $V(\hat{\lambda})$ et $R(\hat{\lambda}, \lambda)$. Vérifier que $\hat{\lambda}$ est fortement consistant.
- 5- Calculer l'information de Fisher fournie par $(X_1, \dots, X_n)$ sur λ .
- 6- Est-ce que $\hat{\lambda}$ est efficace?
- 7- On suppose désormais que $n=3500$ (soit "assez grand") et que $\sum_{i=1}^n x_i = 3,50$.
 - a- Proposer un intervalle de confiance pour λ correspondant à $(x_1, \dots, x_n)$ au niveau 95%.
 - b- On considère les hypothèses:
 $H_0: \lambda = 3.42$ contre $H_1: \lambda \neq 3.42$.
Peut-on rejeter H_0 au risque 5%?

Exercice 3

Dans une société Nigériane de fabrication de carrelage, on effectue différents types de tests de contrôle de qualité afin de vérifier si le carrelage fabriqué est conforme aux normes en vigueur. En particulier la norme DIN 51130 permet d'évaluer le caractère antidérapant d'un sol. Après des tests préliminaires servant d'étalonnage, une personne chaussée de chaussures normalisées marche en avant puis en arrière sur un plan incliné jusqu'à ce que la personne glisse. Cette méthode détermine ainsi l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement du revêtement. La société effectue une série de tests sur les carreaux qu'elle produit, dont celui concernant cette résistance au

glissement. On désigne par θ la variable aléatoire qui, à tout carreau produit au hasard dans la production, associe l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise le comportement du glissement selon le schéma 511.20 (en degrés). On admet que θ suit une loi normale moyenne $m = 14,5$ et d'écart-type $\sigma = 2$. La variable aléatoire associée au schéma type de friction sur le carottage pour lequel elle permet que l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise le comportement du glissement soit supérieur à $14,5^\circ$ est affectée un probabilité de 100 carreaux dans la production et notée pour les observations un angle moyen d'inclinaison maximale de $14,95^\circ$.

Pour vérifier la validité de cette modélisation de la résistance au glissement, le service qualité d'installer un test statistique de validité d'hypothèse pour savoir si l'on peut conclure au sein de 2% que l'angle moyen d'inclinaison maximale sur la nouvelle production de carottage est effectivement supérieur à $14,5^\circ$.

1. On désigne par θ la variable aléatoire qui, à chaque observation de 100 carreaux de la production, associe la valeur moyenne de l'angle d'inclinaison maximale lors du test. Quelle est la loi suivie par θ ?

2. Énoncer l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 pour ce test.

Quelle est la loi suivie par θ sous l'hypothèse H_0 ?

Déterminer l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse H_0 au sein de risque 2%.

Énoncer le règle de décision de ce test.

3. Utiliser ce test avec l'observation précédente pour en déduire, au sein de 2%, que la nouvelle friction associe l'angle d'inclinaison maximale?

4. Des observations futures préviennent qu'on fait, pour les observations de 100 carreaux produits selon le schéma précédent de friction, l'angle moyen d'inclinaison maximale est égal à 15° . On propose donc comme hypothèse alternative H_1 , $m = 15$. Quelle est la loi suivie par θ sous l'hypothèse H_1 ?

Dans ces conditions, que vaut $P(\theta < 14,95)$? Que représente ce résultat? Quelle est la puissance du test avec cette hypothèse alternative H_1 ? Interpréter ce résultat.

« Soient une loi et deux autres sous-ensembles. Et prédisons-ils en adoptant une nouvelle méthode »

CONTROLE CONTINU d'E.D.P : Durée 2H

EXERCICE 1

1. Donner la forme générale des E.D.P linéaire d'ordre 1 et 2 en dimension 2.

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Equations	dégré	linéaire(oui ou non)	Quasi linéaire(oui ou non)
$\frac{\partial^2 u}{(\partial x)^2} \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + xy^3 u = 0$	2	Non	Oui
$\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div}(a(t, x, y)u(t, x, y)) = 0$	1	Oui	Non
$x^3 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{(\partial x)^2 \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{(\partial y)^2} = F(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x})$	3	Non	Non

3. Énoncé le principe de problème bien posé pour une E.D.P.

4. Énoncer trois contraintes auxquelles peuvent être soumise une E.D.P.

5. Intégrer l'E.D.P $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + u(x, y) = 0$.6. Déterminer toutes les solutions de l'équation de la chaleur $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{(\partial x)^2}$ qui sont sous la forme $u(t, x) = v(t)w(x)$.

EXERCICE 2

1. On considère l'E.D.P

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

a) Déterminer les équations cartésiennes des courbes caractéristiques de (4) et représenter quelques unes d'elles.

b) Montrer que toute solution de cette E.D.P est constante le long de chaque courbe caractéristique.

c) Déterminer la solution de (4) vérifiant $u(3x, x) = e^{-x^2}$, $\forall x > 0$.

2. On considère l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (5)$$

a) De quel type d'E.D.P s'agit-il?

b) Proposer un changement de variable pour la résolution de (5), puis déterminer des solutions de classe C^2 de cette équation.

3. On considère l'E.D.P

$$y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + xy \frac{\partial u}{\partial x} - u = 0. \quad (6)$$

a) Déterminer la partie principale de l'E.D.P (6).

b) Déterminer et représenter dans le plan l'ensemble des points $M(x, y)$ pour lesquels l'E.D.P (6) est : (i) Parabolique ; (ii) Elliptique ; (iii) Hyperbolique.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX - TRAVAIL - PATRIE
UNIVERSITE DE DOUALA

ECOLE NATIONALE
SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DE DOUALA

D.P. 2701 DOUALA
TEL: (237) 697 542 240
SITE WEB : WWW.ENSPD-UDO.CM

REPUBLIC OF CAMEROON
PEACE - WORK - FATHERLAND
THE UNIVERSITY OF DOUALA

NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA

P.O.Box:2701 DOUALA
PHONE : (237) 697 542 240
EMAIL: CONTACT@ENSPD-UDO.CM



Département de TCO- Epreuve : FGI-LIC-215 Série Temporelles -
Année académique 2022-2023 Session de Janvier 2023
Durée : 2 heures

Questions de cours :

1. Pourquoi des séries temporelles sont non stationnaires?
2. Comment rendre une série temporelle stationnaire?
3. Quand est-ce qu'un processus stochastique est ergodique ?

Exercice 1

Recopier et compléter le tableau suivant (calcul des autocovariances) :

θ	0	1	2	3
t	x_t	x_{t-1}	x_{t-2}	x_{t-3}
1	144			
2	152	144		
3	146	152	144	
4	158	146	152	144
5	155	158	146	152
6	153	155	158	146
7	156	153	155	158
8	157	156	153	155
9	160	157	156	153
10	162	160	157	156
11	159	162	160	157
12	161	159	162	160
Moyenne de x_t	155,25			
Moyenne de $x_{t-\theta}$	155,25	154,73	153,3	137,89
Variance de x_t	20,52	28,1		
Variance de $x_{t-\theta}$	29,52	28,1	337,42	4557,35
ρ_θ	29,52			

Exercice 2

Soit y_t un processus ARMA(1,1) vérifiant l'équation

$$y_t - 0,5y_{t-1} = \varepsilon_t + 0,4\varepsilon_{t-1}$$

Avec ε_t un bruit blanc

- 1) Préciser si le processus est stationnaire ? inversible ?
- 2) Trouver les coefficients (φ_j) de sa représentation comme processus MA(∞) et les coefficients (τ_j) de sa représentation comme processus AR(∞)



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
DEPARTEMENT DES SCIENCES DE
L'INGENIEUR

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work – Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
DEPARTMENT OF ENGINEERING
SCIENCES



Second semester: Feb 2023

Course Title: Data Analysis 1

Time: 2 hours

Instructions: This test has four (4) sections (A to D). Attempt ALL the questions. All necessary working must be shown. Your work should be orderly presented. Statistical tables and scientific calculators are allowed.

Section A

1. Which one is NOT from Phase 1 of Data Science Life Cycle
☐ A. Learning the target domain ☐ B. Developing initial hypothesis ☐ C. Visualize initial hypothesis ☐ D. Identifying key variables
2. Which of the following is the most important language for Data Science?
☐ A. Ruby ☒ B. R ☐ C. Java ☐ D. None
3. Which of the following is performed by Data Scientist?
☐ A. Create reproducible code ☐ B. Challenge results ☐ C. Define the question ☐ D. All of the above
4. Which is not a tool for Statistical Data Analysis?
☐ A. Logistic Regression ☐ B. Linear & Non-linear Regression ☒ C. Histogram ☐ D. ANOVA
5. R is an interpreted language so it can access through _____?
☒ A. Command line interpreter ☐ B. Disk operating system ☐ C. Operating system ☐ D. User interface operating system
6. Which of the following step is performed by data scientist AFTER acquiring the data?
☐ A. Data Integration ☐ B. Data Replication ☒ C. Data Cleansing ☐ D. All of the above
7. Which of the following is NOT a machine learning algorithm? ☒ A. SVG ☐ B. Random Forest ☐ C. SVM ☐ D. None
8. What is Big Data ?
☐ A. Data with the word 'big' in it ☐ B. Data about people who are big ☐ C. Data with a large size ☒ D. Data made with a big purpose
9. Which of the following is one of the key data science skills?
☐ A. Machine Learning ☐ B. Statistics ☐ C. Data Visualization ☒ D. All of the above
10. Vectors come in two parts _____ and _____
☒ A. Atomic vectors and list ☐ B. Atomic vectors and array ☐ C. Atomic vectors and matrix ☐ D. None
11. The process of evaluating data through analytical and statistical tools.
☐ A. Data Mining ☐ B. Data Exploration ☒ C. Data Analysis ☐ D. Data Visualization
12. Which of the following characteristic of big data is relatively more concerned to data science?
☐ A. Variety ☒ B. Volume ☐ C. Velocity ☐ D. None
13. In one-way ANOVA, which of the following is used within the F-ratio as a measurement of the variance of individual observations?
☒ A. SSE ☐ B. MSE ☐ C. MSTR ☐ D. none of the above
14. To determine whether the test statistic of ANOVA is statistically significant, it can be compared to a critical value. What two pieces of information are needed to determine the critical value?

- A MSR, MSE
- B mean, sample standard deviation
- C expected frequency, obtained frequency
- D sample size, number of groups

32. Assuming that the null hypothesis being tested by ANOVA is false, the probability of obtaining a F- ratio that exceeds the value reported in the F table as the 95th percentile is:
 A equal to .05. B. greater than .05. C. less than .05. D. None of these

Section B

Complete the table that follows with suitable answers from the following[a)-j)]

- a) Données collectées à partir des réponses d'un groupe de participants.
- b) Données recueillies à l'aide d'une liste prédéfinie établissant les lignes directrices qui seront utilisées pour assembler l'échantillon à partir de la population.
- c) L'univers des nombres d'événements à l'étude
- d) Un graphique qui incorpore la médiane et les quartiles supérieur et inférieur pour afficher graphiquement la plage de données. Également particulièrement utile pour afficher les valeurs aberrantes lorsqu'elles sont présentes dans les données.
- e) Ensemble de valeurs de données dont la moyenne est généralement supérieure à la médiane. La queue droite de la distribution est plus longue que la queue gauche de la distribution
- f) Une fonction de probabilité qui a une ligne de symétrie verticale créant des images miroir gauche / droite. L'exemple le plus connu est la distribution normale en forme de cloche qui est entièrement décrite par sa moyenne et son écart-type.
- g) Ensemble de valeurs de données dont la moyenne est généralement inférieure à la médiane. La queue gauche de la distribution est plus longue que la queue droite de la distribution.
- h) Une mesure numérique qui décrit certaines propriétés de la population.
- i) Comparaison des données à un moment donné. Les comparaisons peuvent être intra-données ou avec un point de données de référence.
- j) Nombre de valeurs de données indépendantes disponibles pour estimer l'écart type de la population.

No.	Article numéroté	Bon élément lettré
1	Population	c
2	Statistique	h
3	Données de l'Enquête	a
4	Cadre de données	b
5	Boîte et moustache	d
6	Données transversales	i
7	Distribution de probabilité symétrique	f
8	Distribution de probabilité asymétrique à gauche	g
9	Distribution de probabilité asymétrique	e
10	Degré de liberté	j

Requis : Faire correspondre, » Article numéroté" avec « Bon élément lettré »

SECTION C

1. Fill in the missing entries of the partially completed one-way ANOVA table.

Source	df	SS	MS = SS/df	F-statistic
Treatments	_____	2.124	0.708	0.75
Error	20	11.6	_____	_____
Total	_____	_____	_____	_____

2. In order to analyze the effect of reducing nitrate loading in a certain environment, it was decided to formulate a linear model that describes the nitrate concentration in the environment as a function of nitrate loading, it was further decided to correct for fresh water runoff. The resulting model was:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2),$$

where y_i is the natural logarithm of nitrate concentration, $x_{1,i}$ is the natural logarithm of nitrate loading, and $x_{2,i}$ is the natural logarithm of fresh water run-off..

- a) Give an assumption that the ϵ_i must fulfill in a usual multiple linear regression model
 b) The parameters in the model were estimated in R and the following results are available (slightly modified output from summary):

> Summary(lm(y ~ x1 + x2))

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.43355	0.06598	6.57	1.3e-06 ***
x1	1.65299	0.09525	17.36	2.5e-14 ***
x2	0.00394	0.07485	0.05	0.96

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

- c) What are the parameter estimates for the model parameters ($\hat{\beta}_i$ and $\hat{\sigma}^2$) and how many observations are included in the estimation?
 d) Calculate the usual 95% confidence intervals for the parameters (β_0 , β_1 , and β_2). You may assume that $t_{0.975} = 1.97$

The End

$$0.708 = \frac{SS}{df}$$

$$df = \frac{SS}{0.708}$$

$$3 \rightarrow 2.124$$

$$20 \rightarrow$$



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix - Travail - Progrès
UNIVERSITE DE DOUALA
.....
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
.....
CABINET DU DIRECTEUR
P.O. Box 2701 Douala
Tél. (237) 897 642 240
Site web : www.enadp-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace - Work - Progress
THE UNIVERSITY OF DOUALA
.....
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
.....
DIRECTOR OFFICE
P.O. Box 2701 Douala
Phone (237) 897 642 240
Email: contact@enadp-udo.cm



DEPARTEMENT DE TCO
Enseignant: Dr KIKMO
Cursus SI-IA

Examen de probabilité et statistique
Crédit: 4; Durée: 2h00; Effectifs: 28
Documents non autorisés

Exercice 1

- 1- Définir les expressions: Echantillon, biais, risque quadratique, EMV, test d'hypothèse, erreur de premier espèce.
- 2- Expliquer comment sont utilisés les tests d'hypothèses dans les domaines suivants: Biologie médicale, gestion de production, justice, informatique, économie.

Exercice 2

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $x_1, \dots, x_n$ n observations d'un caractère pouvant être modélisé par une var X suivant la loi de Poisson $p(\lambda)$ avec $\lambda > 0$:

$$p(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Le paramètre λ est inconnu. Soit $(x_1, \dots, x_n)$ un n -échantillon de X .

- 1- Déterminer la fonction de vraisemblance pour $(x_1, \dots, x_n)$.
- 2- Déterminer la fonction de log-vraisemblance pour $(x_1, \dots, x_n)$.
- 3- Déterminer un emv $\hat{\lambda}$ de λ .
- 4- Calculer $E(\hat{\lambda})$, $V(\hat{\lambda})$ et $R(\hat{\lambda}, \lambda)$. Vérifier que $\hat{\lambda}$ est fortement consistant.
- 5- Calculer l'information de Fisher fournie par $(X_1, \dots, X_n)$ sur λ .
- 6- Est-ce que $\hat{\lambda}$ est efficace?
- 7- On suppose désormais que $n=3500$ (soit "assez grand") et que $\sum_{i=1}^n x_i = 3,50$.
 - a- Proposer un intervalle de confiance pour λ correspondant à $(x_1, \dots, x_n)$ au niveau 95%.
 - b- On considère les hypothèses:
 $H_0: \lambda = 3.42$ contre $H_1: \lambda \neq 3.42$.
Peut-on rejeter H_0 au risque 5%?

Exercice 3

Dans une société Nigériane de fabrication de carrelage, on effectue différents types de tests de contrôle de qualité afin de vérifier si le carrelage fabriqué est conforme aux normes en vigueur. En particulier la norme DIN 51130 permet d'évaluer le caractère antidérapant d'un sol. Après des tests préliminaires servant d'étalonnage, une personne chaussée de chaussures normalisées marche en avant puis en arrière sur un plan incliné jusqu'à ce que la personne glisse. Cette méthode détermine ainsi l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement du revêtement. La société effectue une série de tests sur les carreaux qu'elle produit, dont celui concernant cette résistance au

glissement. On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout carreau prélevé au hasard dans la production, associe l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement selon la norme DIN 51130 (en degrés). On admet que X suit une loi normale moyenne $m = 14,5$ et d'écart-type $\sigma = 2$. La société souhaite réaliser un nouveau type de finition sur le carrelage pour lequel elle pense que l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement sera supérieur à $14,5^\circ$. Elle effectue un prélèvement de 100 carreaux dans la production et obtient pour cet échantillon un angle moyen d'inclinaison maximale de $14,75^\circ$.

Pour vérifier la véracité de cette amélioration de la résistance au glissement, la société décide d'élaborer un test unilatéral de validité d'hypothèse pour savoir si l'on peut considérer au seuil de 3% que l'angle moyen d'inclinaison maximale sur la nouvelle production de carrelage est strictement supérieur à $14,5^\circ$.

1- On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 carrelages de la production, associe la valeur moyenne de l'angle d'inclinaison maximale lors du test. Quelle est la loi suivie par $\bar{X}$?

2- Énoncer l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 pour ce test.

Quelle loi suit la variable $\bar{X}$ sous l'hypothèse H_0 ?

Déterminer l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse H_0 au seuil de risque 3%. Énoncer la règle de décision de ce test.

3- Utiliser ce test avec l'échantillon prélevé: peut-on estimer, au seuil de 3%, que la nouvelle finition améliore l'angle d'inclinaison maximale?

4- Des observations futures prouveront qu'en fait, pour les échantillons de 100 carreaux produits selon le nouveau procédé de finition, l'angle moyen d'inclinaison maximale est égal à 15° . On prendra alors comme hypothèse alternative $H_1: m = 15$. Quelle loi suit la variable $\bar{X}$ sous l'hypothèse H_1 ?

Dans ces conditions, que vaut $P(\bar{X} < 14,88)$? Que représente ce résultat? Quelle est la puissance du test avec cette hypothèse alternative H_1 ? Interpréter ce résultat.

« Gardons sain et propre notre environnement! Et protégeons-le en adoptant une nouvelle attitude »

Exercice I

Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange satisfaisant au tableau ci-dessous

x	0	2	3	5
$f(x)$	-1	2	9	87

Exercice II

On se donne les trois points d'interpolation suivants : $x_0 = 9, x_1 = 16, x_2 = 25$. Avec quelle précision peut-on calculer $\sqrt{17}$ à l'aide de l'interpolation de Lagrange appliquée à une fonction f que vous donnerez ?

Exercice III

Avec quelle précision peut-on calculer $\sqrt{115}$ à l'aide de l'interpolation de Lagrange, si on prend les points : $x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144$.

Exercice IV

Soit $f(x) = \ln x$; estimer la valeur de $\ln(0.60)$ avec :

x	0.40	0.50	0.70	0.80
$f(x)$	-0.916291	-0.6993147	-0.356675	-0.223144

Comparer avec la valeur 'exacte' obtenue grâce à votre calculatrice.

Exercice V

Soit $f(x) = \sqrt{2+x}$.

1. Déterminer le polynôme $P(x)$ de Lagrange basé sur les points d'abscisses 0, 1 et 2.
2. Calculer $P(0.1)$ et $P(0.9)$, et comparer aux valeurs 'exactes'. Evaluer l'erreur d'interpolation en ces deux points. Commentaires ?

Exercice VI

Soit $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$.

1. Déterminer le polynôme $P(x)$ de Lagrange basé sur les points d'abscisses -2, 0 et 2.
2. Calculer $P(1)$, et comparer à la valeur exacte. Evaluer l'erreur d'interpolation en ce point. Commentaires ?

Exercice VII

Soit $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange pour les points d'appui d'abscisses : -2, -1, 0, 1, 2.
Discuter l'erreur d'interpolation.

Aucun document n'est autorisé, tous les travaux se font depuis votre interface RStudio.

TRAVAUX PRATIQUES N°1 (RATTRAPAGE)

1. Ecrivez un vecteur X de taille 11 de votre choix, et ajoutez-lui l'élément -3 à la position 15.
2. Affectez, en une seule commande, la valeur -1 à tous les éléments de X qui sont des "valeurs manquantes" (NA).
3. Transformez, en une seule commande, tous les éléments négatifs de X en leurs valeurs positives respectives.
4. Affichez X et modifiez sa dimension. Affichez à nouveau X .
5. Ecrivez une matrice carrée d'ordre 3 Y , constituée d'éléments de votre choix.
6. Extrayez le vecteur Yd , diagonale principale de la matrice Y .
7. Affectez à tous les éléments de Yd la valeur 1 et mettez à jour la matrice Y en lui appliquant sa nouvelle diagonale principale.
8. Affichez séparément les valeurs propres et les vecteurs propres de Y .
9. En indexant ses éléments, transformez Y en $I3$, matrice identité d'ordre 3.
10. Ecrivez la transposée de $I3$ et son inverse¹.

NG ESSI FILS MICHEL JULIEN

FICHE D'EXERCICE

EXERCICE 1

1. Soit $T > 0$. On considère la fonction Π_T définies par $\Pi_T(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} & \text{si } t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}] \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$

Déterminer la transformée de Fourier de Π_T .

2. En utilisant la transformée de Fourier de la fonction porte $\Pi \equiv \Pi_1$ et les propriétés de l'opérateur $\mathcal{F}$, déterminer la transformée de Fourier des fonctions :

$$t \mapsto t\Pi(t), \quad t \mapsto \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) \quad \text{et} \quad t \mapsto t^2\Pi(t)$$

3. On considère la fonction triangle $\wedge$ définie par $\wedge(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{si } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$

- Représenter graphiquement $\wedge$.
- Déterminer la dérivée de $\wedge$ et exprimer $\wedge'$ en fonction de la fonction porte Π .
- En déduire la transformée de Fourier de $\wedge$.
- Vérifier que $\wedge = \Pi * \Pi$. Retrouver alors le résultat de la question 2.c).

EXERCICE 2

- En utilisant la transformée de Fourier de la fonction $f : t \mapsto e^{-|t|}$, montrer que pour tout réel x , $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(xt)}{1+t^2} dt = \pi e^{-|x|}$.
- Trouver la transformée de Fourier de la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < 1 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$
- Déterminer la convolution de f par elle même et en déduire sans une autre intégration sa transformée de Fourier.
- Déduire que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 w}{w^2} dw = \pi$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^4 w}{w^4} dw = \frac{2\pi}{3}$.
- En prenant la transformée de Fourier de l'équation différentielle $\frac{d^2\phi}{dx^2} - \omega^2\phi = f(x)$, montrer que sa solution ϕ est définie par $\phi(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{isx}\tilde{f}(s)}{s^2+\omega^2} ds$ où $\tilde{f}$ est la transformée de Fourier de f .

EXERCICE 3

Soit $f : t \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } |t| \leq a \\ 0 & \text{si non} \end{cases}, a > 0$.

- Montrer que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(at)\cos(xt)}{t} dt = \begin{cases} \pi & \text{si } |x| < a \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } |x| = a \\ 0 & \text{si } |x| > a \end{cases}$. En déduire la valeur de chacune des intégrales : $J = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(3t)}{t} dt, J = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(3t)\cos(2t)}{t} dt$

Soit $f_{\sigma} : t \mapsto \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$.

1. Déterminer la transformée de Fourier de f_{σ} en utilisant l'un des résultats de l'exercice 1.
2. Démontrer en utilisant la transformée de Fourier que $f_{\sigma_1} * f_{\sigma_2} = f_{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$.

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie par $f(t) = \begin{cases} e^t & \text{si } t < 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$

1. Déterminer la transformée de Fourier de f .
2. Déterminer à l'aide de la transformée de Fourier, la solution de l'équation différentielle :

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t)$$

telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)| dt$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} |y'(t)| dt$ existent.

EXERCICE 6

Soit f une fonction de $L^1(\mathbb{R})$.

1. Montrer que si f est continue sur $\mathbb{R}$, alors $\forall x \in \mathbb{R}, \mathcal{F}(\mathcal{F}(f))(x) = f(-x)$.
2. Appliquer le résultat précédent à la fonction f définie par $f(t) = e^{-\alpha|t|}$, $\alpha > 0$, et en déduire la transformée de Fourier de la fonction h définie par $h(t) = \frac{1}{t^2 + a^2}$, $a \in \mathbb{R}^*$.

EXERCICE 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |x| > 1 \end{cases}$

1. Déterminer la transformée de Fourier de f .
2. En déduire la valeur de l'intégrale $I = \int_0^{+\infty} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) dx$

EXERCICE 8

1. Trouver les fonctions $y = y(t)$ dont les transformées de Laplace sont les suivantes : a) $\frac{1}{s^2 - s - 2}$, b) $\frac{2s}{(s^2 + 4)(s + 1)}$, c) $\frac{s - 1}{s^2 - 4s + 5}$, d) $\frac{s}{s^4 - 1}$, e) $\frac{s^2}{(s^2 + 1)^2}$.
2. Déterminer la transformée de Laplace de chacune des fonctions suivantes : $f(t) = t^{\frac{5}{2}}$, $g(t) = \frac{\sinh(at)}{t}$, $h(t) = e^t \cos^2 t$, $v(t) = \sinh(at) \sin(bt)$.
3. Résoudre les équations différentielles et intégro-différentielles suivantes en utilisant la Transformée de Laplace :
 - a) $y''(t) - y'(t) - y(t) = 0$, $y'(0) = y(0) = 0$,
 - b) $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = t^4 e^{-2t}$, $y'(0) = y(0) = 0$,
 - c) $y''(t) - y'(t) - y(t) = 0$, $y'(0) = y(0) = 0$,
 - d) $\frac{df}{dt} + \int_0^{+\infty} f(s) e^{t-s} ds = 1$ avec $f(0) = \lambda$
 - e) $ty'' - (1 + t)y' + 2y = 0$ avec $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$,
 - f) $ty'' + 2y' + 4ty = 0$ avec $y(0) = 0$,
 - g) $\int_0^{+\infty} f(s)(t - s)^2 ds = 2(f(t) - t)$,
 - h) $\int_0^{+\infty} f(s) \cos(t - s) ds = f'(t)$ avec $f(0) = 1$.
4. Résoudre en utilisant la transformée de Laplace, les systèmes différentiels :

$$(S_1) : \begin{cases} x' = x + 5y \\ y' = x - 3y \\ x(0) = 1, y(0) = 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_2) : \begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = -x + 2y \end{cases}$$

D. N GESSI JULIEN

Sciences de l'Ingénieur 3: IA
Année académique 2022-2023

Exercices préparatoires TD 2

Exercice 1

A. La chaîne de fabrication de montres est conçue pour qu'au plus 2% des montres soient défectueuses. Sur 500 montres testées, on en a trouvé 16 défectueuses. Doit-on conclure à un dysfonctionnement de la chaîne de fabrication?

B. On a constaté que sur $n = 100$ naissances, $g = 49$ ont été des naissances de garçons. Est-il raisonnable d'admettre que les naissances sont également réparties entre garçons et filles?

Exercice 2

On suppose que lorsqu'un signal de valeur μ est émis d'un point A, la valeur du signal reçu au point B est bruitée et suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, 2)$

a) Pour réduire l'erreur de transmission, on envoie le même signal 9 fois. Les valeurs reçues sont: 5 8,5 12 15 7 9 7,5 6,5 10,5.

Quel est l'intervalle de confiance de la valeur émise μ , au niveau de confiance 0,95?

b) Combien de fois le même signal doit-il être envoyé pour que l'intervalle de confiance de μ au niveau 0,95 soit de demi-longueur inférieure à 0,1?

Exercice 3

Un procédé de vérification de l'épaisseur de rondelles métalliques fournit une mesure qui suit une loi normale d'espérance égale à la vraie valeur de l'épaisseur et d'écart-type inconnu. On a mesuré 10 fois l'épaisseur d'une rondelle et trouvé :

1,23 1,24 1,26 1,20 1,30 1,33 1,25 1,28 1,24 1,26 mm. Quel est l'intervalle de confiance au niveau 0,8 de l'écart-type de l'épaisseur d'une rondelle ?

Exercice 4

Le diamètre de la prune d'une certaine variété est une variable aléatoire X qu'on suppose normale. Les mesures faites sur un échantillon de 375 prunes de cette variété ont donné les résultats suivants :

diamètre en cm	24	26	28	30	32	34	36	38	40
effectif	7	20	38	79	84	75	53	15	4

- Estimer, en cm, l'espérance et l'écart-type de X .
- Quel est l'intervalle de confiance au niveau 0,95 de l'estimation de $E(X)$?

Exercice 5

Pour comparer trois types d'essence, on a mesuré la consommation d'essence à vitesse stabilisée de 90km/h de 18 voitures à peu près identiques et obtenu le tableau suivant, où les données sont exprimées en nombre de litres pour 100 km:

essence 1	5,50	6,3	5,95	6,15	6,5	5,6
essence 2	6,1	5,9	6,45	6,05	5,52	5,75
essence 3	6,35	6,8	5,8	5,95	6,4	6,25

La consommation de ces voitures dépend-elle du type d'essence utilisé ?

Exercice 6

On souhaite étudier les effets secondaires d'un certain médicament sur le rythme cardiaque. Pour cela, on a pris le pouls de 11 personnes avant et après la prise de ce médicament, et obtenu les résultats suivants, exprimés en nombre de pulsations par minute :

Patient	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
avant	74	86	62	98	102	78	64	84	68	79	70
après	70	85	63	90	110	71	60	80	67	69	74

Proposer un test adapté à ces données, en précisant ce qu'il faut supposer pour le justifier. Le mettre en œuvre.

Exercice 7

Un laboratoire pharmaceutique peut fabriquer un même médicament suivant deux procédés différents, équivalents du point de vue de leur coût. On a mesuré la durée de conservation du médicament par 20 expériences indépendantes et obtenu les durées suivantes, exprimées en nombre d'années:

Procédé A 2,5 3 2 1,5 3,5 1 4 4,5 0,5 2,5

Procédé B 2,2 2,3 2,5 2,8 2,7 2,3 2,8 2,5 2 2,9

Pour chacun des procédés, quels sont les moyennes et écart-type empiriques des résultats? A votre avis, l'un des procédés est-il préférable?

Exercice 8

Avant de procéder au lancement d'un produit, une entreprise a fait procéder à une enquête portant sur deux régions géographiques A et B. Sur 1800 réponses provenant de la région A, 630 se déclarent intéressées par le produit. En provenance de B, 150 réponses sur 600 se déclarent favorables. Tester, au seuil de 5%, l'hypothèse de l'identité des opinions des régions A et B quant au produit considéré.

Exercice 9

On s'intéresse au problème des algues toxiques qui atteignent certaines plages du Cameroun; après étude on constate que 10% des plages sont atteintes par ce type d'algues et on veut tester l'influence de rejets chimiques nouveaux sur l'apparition de ces algues. Pour cela 50 plages proches de zones de rejet chimiques, sont observées; on compte alors le nombre de plages atteintes par l'algue nocive: on constate que 10 plages sont atteintes par l'algue. Pouvez-vous répondre à la question «Les rejets chimiques ont-t-il modifié, de façon significative, avec le risque $\alpha = 0.05$, le nombre de plages atteintes?»

Exercice 10

Dans une société Nigériane de fabrication de carrelage, on effectue différents types de tests de contrôle de qualité afin de vérifier si le carrelage fabriqué est conforme aux normes en vigueur. En particulier la norme DIN 51130 permet d'évaluer le caractère antidérapant d'un sol. Après des tests préliminaires servant d'étalonnage, une personne chaussée de chaussures normalisées

marche en avant puis en arrière sur un plan incliné jusqu'à ce que la personne glisse. Cette méthode détermine ainsi l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement du revêtement. La société effectue une série de tests sur les carreaux qu'elle produit, dont celui concernant cette résistance au glissement. On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout carreau prélevé au hasard dans la production, associe l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement selon la norme DIN 51130 (en degrés). On admet que X suit une loi normale moyenne $m = 14,5$ et d'écart-type $\sigma = 2$. La société souhaite réaliser un nouveau type de finition sur le carrelage pour lequel elle pense que l'angle d'inclinaison maximale qui caractérise la résistance au glissement sera supérieur à $14,5^\circ$. Elle effectue un prélèvement de 100 carreaux dans la production et obtient pour cet échantillon un angle moyen d'inclinaison maximale de $14,75^\circ$.

Pour vérifier la véracité de cette amélioration de la résistance au glissement, la société décide d'élaborer un test unilatéral de validité d'hypothèse pour savoir si l'on peut considérer au seuil de 3% que l'angle moyen d'inclinaison maximale sur la nouvelle production de carrelage est strictement supérieur à $14,5^\circ$.

1- On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 carrelages de la production, associe la valeur moyenne de l'angle d'inclinaison maximale lors du test. Quelle est la loi suivie par $\bar{X}$?

2- Énoncer l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 pour ce test.

Quelle loi suit la variable $\bar{X}$ sous l'hypothèse H_0 ?

Déterminer l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse H_0 au seuil de risque 3%.

Énoncer la règle de décision de ce test.

3- Utiliser ce test avec l'échantillon prélevé : peut-on estimer, au seuil de 3%, que la nouvelle finition améliore l'angle d'inclinaison maximale ?

4- Des observations futures prouveront qu'en fait, pour les échantillons de 100 carreaux produits selon le nouveau procédé de finition, l'angle moyen d'inclinaison maximale est égal à 15° . On prendra alors comme hypothèse alternative $H_1 : m = 15$. Quelle loi suit la variable $\bar{X}$ sous l'hypothèse H_1 ?

Dans ces conditions, que vaut $P(\bar{X} \leq 14,88)$? Que représente ce résultat ? Quelle est la puissance du test avec cette hypothèse alternative H_1 ? Interpréter ce résultat.

Exercice 11

Une machine fabrique en très grande série des engrenages. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque engrenage choisi au hasard dans la production d'une journée, associe son diamètre, exprimé en millimètres. On admet que X suit une loi normale de paramètres m et $\sigma = 0,018$. On annonce une moyenne m de 23,65 mm à un client qui commande un lot d'engrenages.

1- Le client veut construire un test bilatéral qui lui permette de conclure si au seuil de 5% l'affirmation du fournisseur peut être acceptée. On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 engrenages, associe la moyenne des diamètres des engrenages. Quelle est la loi suivie par $\bar{X}$?

a) Choisir une hypothèse nulle H_0 et une hypothèse alternative H_1 pour ce test.

b) Déterminer l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse H_0 au seuil de 5%.

c) Énoncer la règle de décision de ce test.

2- Le client mesure les diamètres de 100 engrenages prélevés dans sa commande. On assimile cet échantillon à un échantillon prélevé avec remise. Pour cet échantillon, la moyenne obtenue est 23,644. Que peut-on conclure?

3- Calculer la puissance du test avec une hypothèse alternative $H_1 : m = 23,645$.

Interpréter ce résultat.

Exercice 12

L'objectif de l'exercice est de calculer les valeurs des risques α et β associés aux deux hypothèses H_0 ($\mu = 117$) et H_1 ($\mu = 120$). C'est l'exercice de base pour comprendre comment l'on calcule ces valeurs. Dans la pratique, on testerait plutôt l'hypothèse H_0 ($\mu = 117$) et (contre) H_1 ($\mu > 117$). Pour obtenir l'évolution des valeurs de la probabilité d'acceptation de l'hypothèse H_0 , alors que H_1 est vraie, on prend une suite de valeurs supposées de la moyenne de la population sur l'intervalle $]117; +\infty[$ (On prendra par exemple $\mu = 118$, $\mu = 118,5$, $\mu = 119$, $\mu = 120$). On obtient ainsi le tracé point par point de la courbe d'efficacité correspondant au test.

Calculer les risques α et β dans le cas suivant:

$$H_0 : \mu = 117 \text{ g}$$

$$H_1 : \mu = 120 \text{ g}$$

L'écart-type σ de la fabrication vaut 5 g. La taille n de l'échantillon est 25. La règle de décision est la suivante: si la moyenne de l'échantillon est supérieure à 119 g alors on décide H_1 .